

کلیه سوالات

امتحان: آمار و احتمال	کلاس: یازدهم رشته ریاضی	بسمه تعالی	تاریخ:	زمان: 60 دقیقه
نام و نام خانوادگی:	اداره آموزش و پرورش منطقه	آزمون:	دبیرستان:	نام دبیر: آقای کیانی

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

1- به کمک جدول نشان دهید: (3 نمره)
الف- $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن

ب- $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

2- نقیض گزاره های زیر را بنویسید. (1/5 نمره)
الف- اگر $x > 9$ آنگاه $x > 5$. $x > 9 \wedge x \leq 5$
ب- عدد 2 زوج است و 17 عددی اول نیست.
ج- در 2 فرست یا 17 اول است

3- ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید. (2 نمره)
الف- عدد $\sqrt{3}$ گنگ است یا صفر عددی طبیعی است. $F \vee T \Rightarrow T$ درست
ب- عدد m مضرب 5 است و $m+2$ مضرب 5 است. $F \wedge F \Rightarrow F$ نادرست
ج- $(m^2 + 2 < \frac{5}{4}) \Leftrightarrow (7 > 9)$ $F \Leftrightarrow F$ درست
ت- اگر $n^2 < -3$ آنگاه n عددی زوج است. $F \Rightarrow F \Rightarrow T$ درست است

4- به کمک برهان خلف ثابت کنید اگر n^2 مضرب 3 باشد آنگاه n نیز مضرب 3 است. (2 نمره)
برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم نادرست باشد پس
 $\exists k \in \mathbb{Z} : (n = 3k+1) \vee (n = 3k+2)$
اگر $n = 3k+1 \Rightarrow n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1 = 3k'+1$ (تناقض)
اگر $n = 3k+2 \Rightarrow n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 = 3k'+1$ (تناقض)
این تناقض ها نشان می‌دهد فرض خلف باطل و حکم اولیه درست است.

5- ابتدا گزاره های زیر را با نماد \exists یا \forall بنویسید سپس با بیان دلیل ارزش آنها را تعیین کنید پس از آن نقیض گزاره را با نماد \exists یا \forall بنویسید. (3 نمره)

بیان گزاره به زبان ریاضی:
 $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x = 143$

الف - عددی طبیعی وجود دارد که مجموع مربع آن و دو برابر خودش برابر 143 است.

$$x^2 + 2x = 143 \Rightarrow x^2 + 2x - 143 = 0$$

$$\Delta = 576 \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{576}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm 24}{2}$$

$$\begin{cases} x = 11 \text{ جواب} \\ x = -13 \text{ غلط} \end{cases}$$

گزاره اصلی درست بود

نقیض گزاره به زبان ریاضی:
 $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 + 2x \neq 143$

ب - حاصلجمع هر عدد مثبت حقیقی و معکوسش بزرگتر یا مساوی ۲ است.

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ ; x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$\forall x \in (-\infty, +\infty) ; x + \frac{1}{x} \geq 2$$

بیان گزاره غایب زبان ریاضی :

همواره درست $\Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$

نقیض گزاره غایب زبان ریاضی : $\exists x \in \mathbb{R}^+ ; x + \frac{1}{x} < 2$

6- از اعضای یک مجموعه سه عضو کم کردیم تعداد زیر مجموعه های آن ۱۱۲ تا کاهش یافت. آن مجموعه در ابتدا چند زیر مجموعه سره داشته است؟ (2 نمره)

فرض میکنیم مجموعه n عضو داشته باشد پس داریم

$$2^n - 2^{n-3} = 112$$

$$\Rightarrow 2^n - \frac{2^n}{8} = 112 \Rightarrow 2^n - \frac{2^n}{8} = 112 \Rightarrow 8 \times 2^n - 2^n = 896 \Rightarrow 7 \times 2^n = 896 \Rightarrow 2^n = \frac{896}{7}$$

$$\Rightarrow 2^n = 128 \Rightarrow \text{تعداد زیر مجموعه ها سره} = 2^n - 1 = 128 - 1 = 127$$

7- مجموعه ی $\{1, 2, 4\}$ را به چند روش میتوان افزایش کرد تمام آنها را بنویسید. (2 نمره) ب. روش افزایش مشهور

- ① $\rightarrow \{1, 2, 4, 8\}$
- ② $\rightarrow \{1, 2, 4, 16\}$
- ③ $\rightarrow \{1, 2, 4, 2, 4\}$
- ④ $\rightarrow \{1, 2, 4, 1, 2, 4\}$
- ⑤ $\rightarrow \{1, 2, 4, 1, 2, 4, 8, 16\}$

8- الف) - مجموعه توانی مجموعه $A = \{a, \{a, 1\}\}$ را بنویسید. (2 نمره)

$$P(A) = \{ \emptyset, \{a\}, \{1\}, \{a, 1\}, \{a, \{a, 1\}\} \}$$

ب) - درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.

$\{a\} \in A$	$\{a\} \subseteq A$	$\{a\} \subseteq A$	$\{a\} \subseteq A$
نادرست	نادرست	درست	نادرست

9- از جملات زیر کدامیک گزاره است؟ جملاتی که گزاره هستند ارزش آن را مشخص کنید. (1/5 نمره)

الف) دیروز هوا سرد بود. گزاره نیست (جمله ای است که بیان کننده نوعی احساس است)

ب) پس از خوردن غذا نباید بلا فاصله آب بخورید. گزاره نیست (جمله ای امری است)

ج) مربع هر عدد مثبت حقیقی بزرگتر یا مساوی همان عدد است. گزاره است و نادرست است $x = \frac{1}{4}$ مثال نقض آن است

10- فرض کنید دامنه متغیر گزاره نمای $5x + 7 > -19$ اعداد صحیح منفی باشد مجموعه جواب آن را مشخص کنید. (1 نمره)

$$D = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$5x + 7 > -19$$

$$5x > -26$$

$$x > -\frac{26}{5}$$

$$x > -5\frac{1}{5}$$

$$S = \{-1, -2, -3, -4, -5\}$$

با آرزوی توفیق روز افزون - کیانی