

رشته ریاضی فیزیک	نمونه امتحان نیمسال دوم
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	امتحان شماره ۲

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) با جای گذاری مقادیر به جای متغیرهای گزاره‌نما، گزاره‌نما به تبدیل می‌شود و در هر گزاره‌نما به مجموعه عضوهایی که به ازای آن‌ها گزاره‌نما به تبدیل می‌شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گویند. ب) علم شناختن جامعه نامعلوم با استفاده از نمونه‌های جمع‌آوری شده معلوم را علم می‌گویند. پ) جامعه‌ای که شامل تعدادی از اعداد است، از میان معیارهای گرایش به مرکز همیشه و را دارد اما می‌تواند را نداشته باشد یا تعدادی از آن را داشته باشد. همچنین معیار گرایش به مرکز در صورت وجود همواره یکی از داده‌ها است ولی دوتای دیگر ممکن است در میان داده‌ها نباشند. ت) وقتی در میان داده‌ها، داده‌های دورافتاده داریم، معمولاً بهترین شاخص گرایش به مرکز در تصمیم‌گیری‌ها است.	۱		
۰/۱۵	دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر a عدد تاس اول و b عدد تاس دوم باشد، دامنه متغیر و مجموعه جواب گزاره‌نمای «معادله درجه دوم $x^2 - ax + b = 0$ دارای ریشه حقیقی است.» چند عضو دارد؟	۲		
۰/۵	درستی یا نادرستی گزاره‌های مقابل را تعیین کنید. ۱) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ۲) $\emptyset = \{\emptyset\}$ ۳) $\emptyset \notin \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ۴) $\{\{\emptyset\}\} \subseteq \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}\}$	۳		
۰/۷۵	اگر $A \subseteq B$ باشد، ثابت کنید $B' \subseteq A'$.	۴		
۱	هر یک از موارد زیر را ثابت کنید. الف) قانون جذب ب) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$	۵		
۰/۷۵	اگر $A = (-\infty, 2]$ و $B = (-1, 1]$ باشد، $A \times B - B^2$ را در صفحه مختصات رسم کنید.	۶		
۰/۵	عددی به تصادف از ۱۰۱ تا ۳۰۰ انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که این عدد تنها بر یکی از اعداد ۳ یا ۴ بخش‌پذیر باشد.	۷		
۱	در فضای نمونه‌ای $S = \{a, b, c, d\}$ ، $P(\{a, d\}) = \frac{5}{y}$ و $P(\{a, b, c\}) = \frac{17}{35}$ و همچنین b و c هم‌شانس هستند. احتمال هر یک را بیابید.	۸		
۱	پنج مهره سفید با شماره‌های ۱ تا ۵ و ۵ مهره سیاه با شماره‌های ۱ تا ۵ را در ظرفی قرار می‌دهیم. به تصادف دو مهره از بین آن‌ها بیرون می‌آوریم. اگر مجموع شماره‌های هر دو مهره ۶ باشد، با کدام احتمال هر دو مهره هم‌رنگ هستند؟	۹		
۱	فرض کنید سه کارت ۲ طرف قرمز، ۵ کارت ۲ طرف سفید و ۲ کارت با یک طرف سفید و یک طرف قرمز داریم. یک کارت به تصادف برداشته و می‌بینیم که یک روی آن قرمز است. احتمال این که دو طرف قرمز باشد، چه قدر است؟	۱۰		
۱	از ظرف شماره ۱، مهره‌ای به تصادف برمی‌داریم و در ظرف شماره ۲ می‌اندازیم. سپس از ظرف ۲، مهره‌ای به تصادف برمی‌داریم. احتمال این که مهره انتخاب شده از ظرف ۲ سفید باشد، چه قدر است؟	۱۱		
	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">۴ مهره سفید ۶ مهره سیاه ظرف ۱</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">۵ مهره سفید ۴ مهره سیاه ظرف ۲</td> </tr> </table>	۴ مهره سفید ۶ مهره سیاه ظرف ۱	۵ مهره سفید ۴ مهره سیاه ظرف ۲	
۴ مهره سفید ۶ مهره سیاه ظرف ۱	۵ مهره سفید ۴ مهره سیاه ظرف ۲			

۱۲	در جعبه‌ای تعداد لامپ‌های کم‌مصرف دو برابر تعداد لامپ‌های معمولی است. ۱۰ درصد لامپ‌های کم‌مصرف و ۲۵ درصد لامپ‌های معمولی خراب‌اند. یک لامپ به تصادف از جعبه برمی‌داریم. اگر این لامپ خراب باشد، احتمال این‌که کم‌مصرف باشد، چه قدر است؟												
۱۳	در پرتاب یک تاس، «A پیشامد روآمدن عدد بزرگ‌تر از ۴» و «B پیشامد روآمدن عدد زوج» است. آیا پیشامدهای A و B مستقل از هم هستند؟												
۱۴	احتمال این‌که A تیرش به هدف بخورد، $\frac{۰}{۶}$ و احتمال این‌که B تیرش به هدف بخورد $\frac{۰}{۸}$ است. مطلوب است احتمال این‌که: الف) تنها تیر A به هدف بخورد. ب) تیر هیچ‌کدام به هدف نخورد.												
۱۵	در یک مسابقه ۴۵ نفر شرکت کرده‌اند و ۲۰ نفر آن‌ها متوسط امتیاز ۵۰ را کسب کرده‌اند. بقیه افراد به طور متوسط چه میزان امتیاز کسب کنند تا متوسط کل برابر با ۴۵ شود؟												
۱۶	اگر اطلاعات زیر درباره طول عمر سه نوع لاستیک در اختیار باشد، کدام لاستیک برای خرید مناسب‌تر است؟												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>نوع</th> <th>۱</th> <th>۲</th> <th>۳</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\bar{x}</td> <td>۲۵۰۰۰</td> <td>۷۵۰۰۰</td> <td>۴۰۰۰۰</td> </tr> <tr> <td>σ</td> <td>۲۰۰۰</td> <td>۸۰۰۰</td> <td>۴۰۰۰</td> </tr> </tbody> </table>	نوع	۱	۲	۳	\bar{x}	۲۵۰۰۰	۷۵۰۰۰	۴۰۰۰۰	σ	۲۰۰۰	۸۰۰۰	۴۰۰۰
نوع	۱	۲	۳										
\bar{x}	۲۵۰۰۰	۷۵۰۰۰	۴۰۰۰۰										
σ	۲۰۰۰	۸۰۰۰	۴۰۰۰										
۱۷	روش‌های نمونه‌گیری احتمالی را نام ببرید و یکی از آن‌ها را با مثال توضیح دهید.												
۱۸	کدام روش گردآوری داده‌ها در هر یک از موارد زیر مناسب‌تر است؟ (۱) میزان رضایت مشتریان بانک از کارکنان بانک (۲) تعداد خودروهایی که در یک محور خروجی شهر، سرنشین آن‌ها کمربند ایمنی را بسته است. (۳) میانگین نمرات دیپلم دانشجویان دانشگاه تهران (۴) بررسی نقش تغییر ساعت شروع کار مدارس در کاهش ترافیک شهرهای بزرگ												
۱۹	الف) همه نمونه‌های ۳ عضوی از جامعه ۵ عضوی $S = \{۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵\}$ را انتخاب و برآوردهای آن‌ها از میانگین و احتمال هر برآورد را در جدولی نشان داده و احتمالات هر برآورد را در نموداری نشان دهید. ب) با افزایش اندازه نمونه‌ها، چه اتفاقی در نمودار احتمالات رخ می‌دهد؟ پ) اگر تعداد اعضای جامعه زیاد باشد و نمونه‌های زیاد k عضوی از جامعه انتخاب و نمودار فراوانی برآوردهای میانگین را رسم کنیم، شکل نمودار به چه صورت خواهد بود؟												
۲۰	۵ نفر از بازیکنان بسکتبال شرکت‌کننده در مسابقات مقدماتی جهانی را انتخاب کرده‌ایم و هر کدام به طور متوسط در هر بازی به ترتیب ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۳۰ توپ را داخل سبد انداخته‌اند. اگر انحراف معیار این نمونه یک برآورد نقطه‌ای مناسب برای پارامتر انحراف معیار تعداد توپ‌های گل‌شده توسط بازیکنان باشد، حداقل تعداد نمونه‌ها برای آن‌که انحراف معیار میانگین‌های آن‌ها کم‌تر از ۲۰ درصد باشد، کدام است؟												
۲۰	جمع نمرات												