

نام خانوادگی: کلاس: دهم رشته: ریاضی شماره صندلی:	نام: _____ نام دبیر: آقای بهرمندپور تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۰۶ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران (منطقه ۱۲) دبیرستان و پیش‌دانشگاهی غیر دولتی سرکدو امتحانات نوبت اول سال تحصیلی ۹۵-۹۶	نام درس: هندسه ۱
---	--	--	------------------

ردیف	سؤالات	نمره
۱	روش رسم نیمساز یک زاویه را توضیح دهید. (با رسم شکل)	۱
۲	مربعی رسم کنید که طول قطر آن ۳ سانتی متر باشد.	۱
۳	متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که طول ضلعهایش ۳ و ۵ و طول یکی از قطرهایش ۶ باشد.	۱
۴	ثابت کنید عمود منصف‌های اضلاع مثلث هم‌رسند.	۱/۵
۵	ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر.	۲
۶	عبارات زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استنتاجی ب) گزاره	۱
۷	نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید: الف) هر لوزی یک مربع است. ب) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست ج) هیچ مثلثی بیش از یک زاویه قائمه ندارد.	۱/۵
۸	قضیه تالس را بیان و ثابت کنید.	۲
۹	در شکل مقابل $MN \parallel CB$ مقادیر x و y را مشخص کنید.	۱
۱۰	ثابت کنید هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر هم اندازه باشند، دو مثلث متشابهند.	۲
۱۱	در دوزنقه مقابل $MN \parallel AB \parallel CD$ ثابت کنید: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$	۲
۱۲	طول ضلعهای مثلث ABC ، ۴ و ۷ و ۹ است. مثلث DEF با مثلث ABC متشابه است و طول کوچکترین ضلع آن ۱۲ است. الف) محیط مثلث DEF چقدر است؟ ب) نسبت مساحت مثلث DEF به مساحت مثلث ABC چند است؟	۱/۵
۱۳	محیط دو مثلث متشابه ۱۵ و ۳۶ متر است. اگر مساحت مثلث کوچکتر ۵۰ مترمربع باشد. مساحت مثلث بزرگتر چقدر است؟	۱

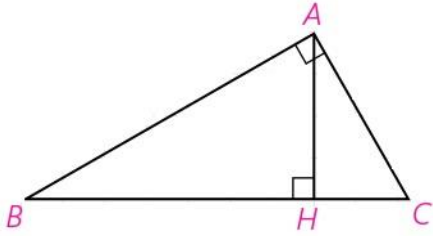
در مثلث مقابل $BH = 9$ و $CH = 4$ ، اندازه های زیر را بدست آورید.

۱۴

الف) AH

ب) AB

ج) AC



۱/۵

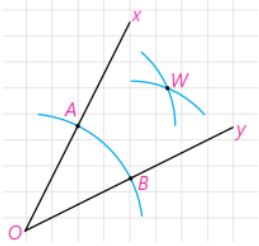
۲۰

جمع نمره

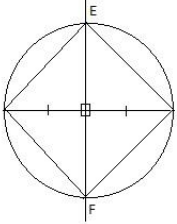
موفق باشید.

پاسخنامه

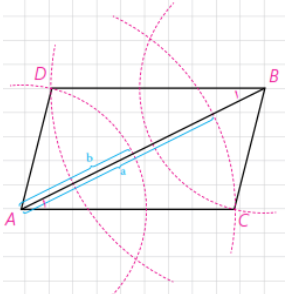
۱- برای رسم نیمساز زاویه XOY دهانه پرگار را کمی باز کرده و به مرکز O کمانی می‌زنیم تا نیم خطهای OX و OY را به ترتیب در نقاط A و B قطع کند. دهانه پرگار را کمی باز کرده و یک بار به مرکز A و بار دیگر با همان اندازه و به مرکز B یک کمان می‌زنیم تا دو کمان مانند شکل در نقطه ای مانند W همدیگر را قطع کنند. نقطه O را به W وصل می‌کنیم.



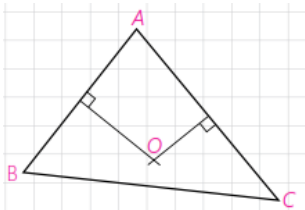
۲- عمود منصف پاره خط ۳ سانتی متری را رسم می‌کنیم. از نقطه تقاطع عمود منصف و پاره خط دایره ای به مرکز ۱.۵ سانتی متر رسم می‌کنیم. این دایره عمود منصف را در دو نقطه E و F قطع میکند. این دو نقطه را به دو سر پاره خط وصل می‌کنیم. شکل حاصل مربعی به قطر ۳ می‌باشد.



۳- فرض کنید در شکل مقابل $AB=6$ و $a=5$ و $b=3$ باشد.



۴- مثلث دلخواه ABC در شکل مقابل را د نظر می‌گیریم. چون پاره خطهای AB و AC متقاطع هستند عمود منصفهای آنها نیز در نقطه ای مانند O متقاطع هستند.



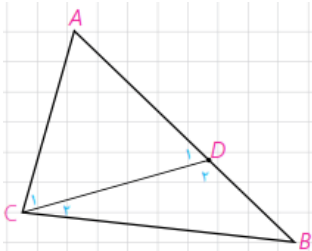
(۱) نقطه O روی عمود منصف پاره خط AB است. بنابراین $OA=OB$.

(۲) نقطه O روی عمود منصف پاره خط AC است. بنابراین $OA=OC$.

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم $OB=OC$. بنابراین نقطه O روی عمود منصف BC قرار دارد. در نتیجه عمود منصفهای اضلاع مثلث هم‌رسند.

۵- فرض: $AB > AC$ حکم: $C > B$

می‌توانیم با توجه به فرض $AB > AC$ نقطه D را روی AB جایی انتخاب کنیم که $AC=AD$.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} > \hat{C}_1 \\ \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{D}_1 > \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

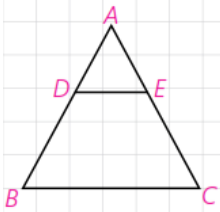
۶- الف) استدلال استنتاجی: استدلالی که بر اساس نتیجه گیری منطقی بر پایه حقایقی که درستی آنها را پذیرفته‌ایم می‌باشد.

ب) گزاره: یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد.

۷- الف) لوزی وجود دارد که مربع نیست.

ب) هر مستطیل یک مربع است.

ج) هر مثلث بیش از یک زاویه قائمه دارد.



۸- قضیه تالس: هرگاه در یک مثلث، خطی موازی یک از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع چهار پاره خط جدا می کند که اندازه های آنها تشکیل یک تناسب می دهند. در شکل مقابل خط DE موازی ضلع BC رسم شده است. مثلثهای DAE و DEC در راس D مشترکند. در نتیجه:

$$\frac{S_{DAE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC}, \quad \frac{S_{DAE}}{S_{DEB}} = \frac{AD}{DB}$$

مثلث های DBE و DEC هم مساحت می باشند. (چون در یک قاعده و ارتفاع وارد بر آن مشترکند). با توجه به این داریم:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

-۹

$$\frac{AM}{AB} = \frac{NM}{BC} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 20y-10=48 \Rightarrow y=2.9$$

۱۰- روی ضلعهای AB و AC پاره خطهای AM و AN را به ترتیب هم اندازه با A'B' و A'C' جدا می کنیم.

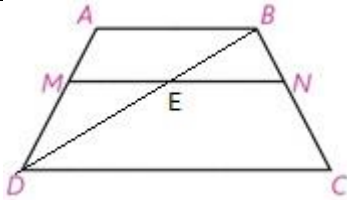
$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= \hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180^\circ \\ \hat{B} &= \hat{B}' \\ \hat{C} &= \hat{C}' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'$$

دو مثلث AMN و A'B'C' به نسبت (ض ز ض) همبهندند زیرا: $AM = A'B', AN = A'C', \hat{A} = \hat{A}'$

در نتیجه: $MN = B'C', \hat{M} = \hat{B}', \hat{N} = \hat{C}'$

بنابراین: $\hat{M} = \hat{B}', \hat{B} = \hat{B}' \Rightarrow \hat{M} = \hat{B} \Rightarrow MN \parallel BC$

طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث ABC و AMN متشابهند و در نتیجه دو مثلث ABC و A'B'C' متشابهند.



۱۱- یکی از قطرهای دوزنقه را رسم می کنیم. این قطر پاره خط MN را در E قطع می کند. طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{aligned} EN \parallel DC &\Rightarrow \frac{BE}{ED} = \frac{BN}{NC} \\ EM \parallel AB &\Rightarrow \frac{ED}{BE} = \frac{DM}{AM} \Rightarrow \frac{BE}{ED} = \frac{AM}{DM} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{DM} = \frac{BN}{NC}$$

۱۲- از تشابه این دو مثلث و نسبت دو ضلع کوچک نتیجه می شود که نسبت تشابه مثلث DEF با مثلث ABC برابر $\frac{12}{4} = 3$ است.

در نتیجه اضلاع مثلث DEF برابر است با ۱۲ و ۲۱ و ۲۷ است.

$$P_{\triangle DEF} = 12 + 21 + 27 = 60 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{12}{4}\right)^2 = 9 \quad (\text{ب})$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \left(\frac{15}{36}\right)^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144} \Rightarrow \frac{50}{S_2} = \frac{25}{144} \Rightarrow S_2 = 288 \quad -۱۳$$

$$AH^2 = BH \times HC = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = 6 \quad (\text{الف} - ۱۴)$$

$$AB^2 = BH \times BC = 9 \times 13 \Rightarrow AB = 3\sqrt{13} \quad (\text{ب})$$

$$AC^2 = CH \times BC = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13} \quad (\text{ج})$$

