

امتحان: ریاضی 1	کلاس: دهم ریاضی و تجربی	بسمه تعالی	تاریخ: 1396/10/23	زمان: 120 دقیقه
نام و نام خانوادگی:	اداره آموزش و پرورش منطقه	آزمون: دیماه	دبیرستان:	نام دبیر: آقای کیانی

1- فرض کنید $A = [-3, 2]$ و $B = [1, +\infty)$ اصل هر یک را به صورت یک بازه بنویسید. (1 نمره)

الف) $A \cup B = [-3, +\infty)$ ج) $A - B = [-3, 1)$

ب) $A \cap B = [1, 2]$ د) $B' = (-\infty, 1)$

2- در یک کلاس 32 نفری تعداد 18 نفر از دانش آموزان کلاس عضو تیم والیبال و 17 نفر از آنها عضو تیم بسکتبال هستند. اگر 10 نفر از دانش آموزان کلاس عضو هر دو گروه باشند. مطلوب است:

الف) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو تیم والیبال هستند. 8 نفر

ب) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از دو تیم نیستند. 7 نفر

$$n(V) - n(V \cap B) = 18 - 10 = 8$$

$$n(S) - n(A \cup B) = 32 - (18 + 17 - 10) = 7$$

3- جمله پنجم یک دنباله حسابی 2 و جمله دوازدهم آن 44 است جمله سی و چهارم این دنباله را بیابید. (1 نمره)

$$\begin{cases} a_5 = 2 \\ a_{12} = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 4d = 2 \\ a + 11d = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - 4d = -2 \\ a + 11d = 44 \end{cases}$$

$$\underline{vd = 42} \Rightarrow \boxed{d = 6} \quad a + 4(6) = 2 \Rightarrow \boxed{a = -22}$$

$$a_{34} = a + 33d = -22 + 33(6) = \boxed{176} \quad \text{جواب:}$$

4- در دنباله هندسی $x - 3, -x, x + 6, \dots$ جمله پانزدهم چند برابر جمله هفتم است؟ (1/5 نمره)

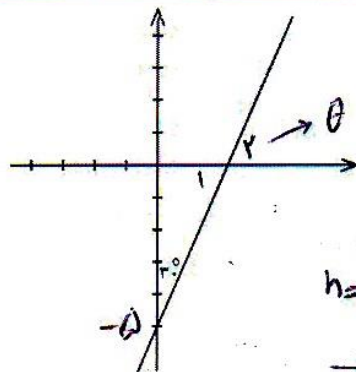
$$b^2 = ac \Rightarrow (-x)^2 = (x-3)(x+6) \Rightarrow x^2 = x^2 + 3x - 18 \Rightarrow 3x - 18 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow q = \frac{4}{3} = -2 \quad \text{جملات دنباله: } 6-3, -6, 4+6, \dots \quad \text{جملات دنباله: } 3, -6, 12, \dots$$

$$\frac{a_{15}}{a_7} = \frac{a q^{14}}{a q^6} = \frac{q^{14}}{q^6} = q^8 \Rightarrow \frac{a_{15}}{a_7} = (-2)^8 = \boxed{256} \quad \text{جواب:}$$

5- مقدار عددی عبارت A زیر را پیدا کنید. (1 نمره)

$$A = \frac{2 \sin 45^\circ - 3 \tan 135^\circ}{\cos^2 120^\circ - 5 \sin 270^\circ} = \frac{2(\frac{\sqrt{2}}{2}) - 3(-1)}{(-\frac{1}{2})^2 - 5(-1)} = \frac{\sqrt{2} + 3}{\frac{1}{4} + 5} = \frac{4\sqrt{2} + 12}{1 + 20} = \boxed{\frac{4\sqrt{2} + 12}{21}}$$



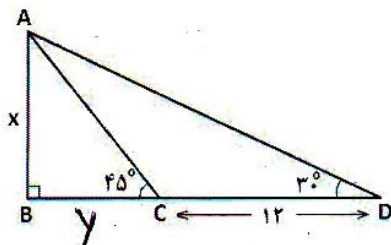
6- معادله خط موجود در تصویر مقابل را بیابید. (1 نمره)

$$\hat{A} = 180 - (90 + 30) = 60 \Rightarrow \hat{Y} = 60 \Rightarrow \tan \theta = \tan 60 = \sqrt{3}$$

(مقابل برابر) $\hat{Y} = \hat{A}$

عرض از مبدأ $h = -5 \Rightarrow$ معادله خط: $y = \tan \theta \times x + h$

\Rightarrow معادله خط: $y = \sqrt{3}x - 5$



7- اندازه x را در تصویر مقابل بیابید. (1 نمره) فرض $BC = y$ داریم:

$$\begin{cases} \triangle ABC: \tan 45^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow \left\{ \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow x = y \right\} \\ \triangle ABD: \tan 30^\circ = \frac{x}{12+y} \Rightarrow \left\{ \frac{x}{12+y} = \frac{\sqrt{3}}{3} \right\} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{12+x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 12\sqrt{3} + x\sqrt{3} = 3x \Rightarrow 3x - \sqrt{3}x = 12\sqrt{3} \Rightarrow x(3 - \sqrt{3}) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{3 - \sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{12}{3 - \sqrt{3}} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{12(3 + \sqrt{3})}{9 - 3} = \frac{12(3 + \sqrt{3})}{6} = \boxed{9 + 2\sqrt{3}}$$

8- اگر $\cos \theta = -\frac{5}{13}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم باشد نسبتهای مثلثاتی $\sin \theta$ و $\cot \theta$ را بیابید. (1 نمره)

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{12}{13}$$

در ربع سوم $\sin \theta < 0 \Rightarrow \boxed{\sin \theta = -\frac{12}{13}}$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = \frac{5}{12} \Rightarrow \boxed{\cot \theta = \frac{5}{12}}$$

$$1 - \frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \sin \theta$$

9- درستی تساوی مقابل را بررسی کنید. (1 نمره)

$$\text{طرف چپ} = 1 - \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 + \sin \theta} = 1 - \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)}$$

$$= 1 - (1 - \sin \theta)$$

$$= 1 - 1 + \sin \theta$$

$$= \sin \theta \quad \text{طرف راست}$$

(نمره ۱/۵)

10- در جای خالی فقط بنویسید کدام درست و کدام نادرست است. $(x, y \in R)$

الف) $(-1)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-1}$ (درست)

ب) $\sqrt{x^{12}} = x^2$ (درست)

ج) $\sqrt{x^6} = x^3$ (درست)

د) اعداد منفی ریشه ششم ندارند (درست)

ه) $\sqrt[3]{x \times y} = \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y}$ (درست)

و) $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ (نادرست)

11- عبارات داده شده را تا امکان را ساده کنید. (نمره ۱/۵)

$$\text{الف)} \frac{x^3 - 1}{(x-1)^3} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)^3} = \frac{x^2+x+1}{(x-1)^2} = \boxed{\frac{x^2+x-1}{x^2-2x+1}}$$

$$\text{ب)} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} \times \frac{x+1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \times \frac{x-1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} \\ = \frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x-1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2-1} = \boxed{\frac{2x-1}{x^2-1}}$$

12- به ازای چه مقادیر از x عبارت $\frac{1}{x-2} - \frac{2x}{x+3}$ مقابل تعریف نشده است. (نمره ۰/۵) $x = -3$ و $x = 2$

13- مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید. (نمره ۲/۵)

$$\text{الف)} \frac{2}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{2} = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{ب)} \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3}$$

$$\text{ج)} \frac{2}{\sqrt[3]{2}+1} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}+1} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}-\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{2^2}-\sqrt[3]{2}+1} = \frac{2\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2} + 2}{\sqrt[3]{2^3} + 1^3} = \frac{2\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2} + 2}{2+1}$$

الف) $3x^2 - 2x - 1 = 0$ (به روش مربع کامل کردن)

$$\begin{aligned}
 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\
 3x^2 - 2x &= 1 \\
 x^2 - \frac{2}{3}x &= \frac{1}{3} \\
 \left(-\frac{2}{2 \times 3}\right)^2 &\rightarrow \frac{1}{9} \\
 x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \\
 \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 &= \frac{4}{9} \\
 x - \frac{1}{3} &= \pm \frac{2}{3} \\
 x &= \pm \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \\
 \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = \boxed{1} \\ x &= -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \boxed{-\frac{1}{3}} \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

ب) $(2x - 3)^2 = 25$ (به روش ریشه زوج)

$$\begin{aligned}
 2x - 3 &= \pm \sqrt{25} \Rightarrow 2x - 3 = \pm 5 \Rightarrow 2x = \pm 5 + 3 \Rightarrow x = \frac{\pm 5 + 3}{2} \\
 \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{5 + 3}{2} = \boxed{4} \\ x &= \frac{-5 + 3}{2} = \frac{-2}{2} = \boxed{-1} \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

ج) $x^2 - 6x + 5 = 0$ (به روش تجزیه کردن)

$$(x - 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 5} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1} \end{cases}$$

د) $x^3 - 4x = 0$ (به روش تجزیه کردن)

$$x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 0} \\ \boxed{x = 2} \\ \boxed{x = -2} \end{cases}$$