

امتحان:	کلاس:	باسمه تعالی	تاریخ:	زمان:
نام و نام خانوادگی:	اداره آموزش و پرورش منطقاً	دبیرستان	آزمون: آبان ماه	نام دبیر:
ردیف:	شرح سوال	نمره:	بارم:	

۱- فرض کنیم برای هر عدد مثبت h ، $a < h$ ، $a \leq$ ثابت کنید $a = 0$

۲- ثابت کنید هرگاه دنباله $\{a_n\}$ کراندار باشد، عدد مثبتی مانند M هست به قسمی که برای هر n ، $|a_n| \leq M$ و بالعکس.

۳- الف) یک دنباله بسازید که کراندار باشد اما صعودی نباشد.

ب) یک دنباله بسازید که هم کراندار و هم نزولی باشد.

پ) یک دنباله نوسانی تعریف کنید که کراندار باشد، دو دنباله نوسانی تعریف کنید که کراندار نباشند.

ت) دنباله‌ای از اعداد گویا بسازید که بین دو عدد $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ واقع باشند.

۴- ابتدا با حدسیه‌سازی مشخص کنید که دنباله $\left\{ \frac{1}{n^6} (n+1) \right\}_{n=1}^{\infty}$ واگرا به $+\infty$ یا واگرا به $-\infty$ است و سپس حدس خود را ثابت کنید.

۵- ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{n}$ موجود نیست.

۶- فرض کنیم $c_n = \frac{3n^2 + 1}{2n^2 + 7}$ دنباله‌ای از اعداد باشند. ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \frac{3}{2}$

۷- فرض کنیم $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ دو دنباله و $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$ ، همچنین فرض کنیم $\{c_n\}$ دنباله‌ای باشد به قسمی که برای هر n ، $a_n \leq c_n \leq b_n$ در این صورت دنباله $\{c_n\}$ نیز همگراست و $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = L$.

۸- حد دنباله‌های زیر را حدس بزنید. الف) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ب) $\left\{ \frac{\cos n}{n} \right\}$

۹- حدهای زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sgn}(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{\sin x}{x} \right] \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{[x]} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] + [-x]$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 5x + 2}{x + 2} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{3x} \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right]$$

۱۰- به کمک تعریف ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}$ در نقطه $x = 0$ حد ندارد.

۱۱- نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ در دامنه‌اش کراندار است.

۱۲- ثابت کنید نامساوی $|\sin x| \leq |x|$ به ازای هر x (برحسب رادیان) برقرار است.

۱۳- به کمک تعریف دنباله‌ای حد، ثابت کنید $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} x^2 [x] = 0$

۱۴- آیا عددی مانند a وجود دارد که مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1-\sqrt{4x+1}}{2x^2+ax-4}$ عددی مخالف صفر باشد؟ مقدار a و مقدار این حد را پیدا کنید.

۱۵- با استفاده از قضیه برلزانو ثابت کنید معادله $x^4+x-3=0$ ریشه‌ای در بازه $(1,2)$ دارد.

۱۶- مجانب قائم و مجانب افقی $f(x) = \frac{2x^2+5x+1}{3x^2-x}$ را در صورت وجود به دست آورید.
