

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۶/۸	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.		
۱	کدامیک از اعداد زیر گویا و کدام یک گنگ است؟ د) $\log 3$ ج) $3/\sqrt{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ الف) $\sqrt{5}$	۱
۲	به کمک قضیه ی فشردگی ، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$ همگراست.	۱
۳	نشان دهید که خط $y=2$ نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2(x-3)^2 + x$ را قطع می کند.	۱
۴	حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2}$ را محاسبه کنید. (بدون استفاده از هم ارزی و هوییتال)	۱
۵	آهنگ تغییر حجم مکعبی به طول ضلع $x$ را نسبت به $x$ وقتی $x=3$ است بیابید.	۱
۶	با استفاده از تعریف مشتق ، مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 4 $ را در $x=2$ بررسی نمایید.	۱/۵
۷	مشتق چهارم تابع $f(x) = x^2(x^2+1)(x^2+3)$ را در $x=1$ حساب کنید.	۱/۵
۸	مشتق بگیرید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست. ) الف) $\cos x + x^3 y^5 - 2y^2 = 0$ ب) $y = \ln \sqrt{x}$ ج) $y = e^{5x^2-1}$	۲
۹	فرض کنید $f(x) = x^3 + 1$ ، مقدار $(f^{-1})'(0)$ را در صورت وجود ، پیدا کنید.	۱
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید: الف) $x=0$ ، نقطه ی مینیمم موضعی (نسبی) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ است. ب) تابع $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2$ دارای یک نقطه ی عطف می باشد. ج) در تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ نقطه ی $x=1$ ، یک نقطه ی بحرانی است.	۱/۵
۱۱	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۶ است . بزرگترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آنها را پیدا کنید.	۱/۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-4}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	با استفاده از افراز مناسب ، مساحت ناحیه ی تحت $y=x^2$ بالای $y=0$ از $x=0$ تا $x=3$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $G(x) = \int_1^x \frac{1+t}{t^2} dt$ را بیابید.	۰/۵
۱۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int (x^2 + x - 1) dx$ ب) $\int_{-1}^1 [x] dx$	۲
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	گنگ(الف) (۰/۲۵)	گویا(ب) (۰/۲۵)	گویا(ج) (۰/۲۵)	گنگ(د) (۰/۲۵)	۱
	(صفحه ۷ و ۸)				
۱	<p>می دانیم همواره <math>-1 \leq \sin x \leq 1</math> (۰/۲۵) در نتیجه برای هر عدد طبیعی <math>n</math>، <math>\frac{-1}{n} \leq \frac{\sin n}{n} \leq \frac{1}{n}</math> (۰/۲۵)</p> <p>چون <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n} = 0</math> پس <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n}{n} = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۴۹)</p>				۲
۱	<p>چون تابع <math>f</math> چند جمله ای است پس در هر نقطه از <math>\mathbb{R}</math> پیوسته است پس در بازه ی <math>[1, 3]</math> نیز، پیوسته است. (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی <math>f(1) = 1</math>، <math>f(3) = 3</math> بنابراین طبق قضیه ی مقدار میانی خط <math>y = 2</math> که بین خطوط <math>y = 1</math> و <math>y = 3</math> قرار دارد نمودار <math>f</math> را قطع می کند. (۰/۲۵)</p> <p>(مثال کتاب صفحه ۱۰۲)</p>				۳
۱	<p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x}} = \frac{3-0}{1-0} = 3</math> (۰/۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0</math> (۰/۵)</p> <p>(صفحه ۱۱۰-۱۱۲)</p>				۴
۱	<p>حجم مکعب: <math>v = x^3</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>v' = 3x^2</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow v'(3) = 27</math> (۰/۵)</p> <p>(مشابه مسئله ۱ کتاب صفحه ۱۳۰)</p>				۵
۱/۵	<p><math>f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x^2 - 4  - 0}{x - 2}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\rightarrow \begin{cases} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 &amp; (۰/۵) \\ f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 &amp; (۰/۵) \end{cases}</math></p> <p><math>f'_+(2) \neq f'_-(2)</math> پس تابع <math>f</math> در <math>x = 2</math> مشتق پذیر نمی باشد. (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۱۳۳)</p>				۶
۱/۵	<p><math>f(x) = x^6 + 4x^4 + 3x^2</math></p> <p><math>f'(x) = 6x^5 + 16x^3 + 6x</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>f''(x) = 30x^4 + 48x^2 + 6</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>f^{(3)}(x) = 120x^3 + 96x</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>f^{(4)}(x) = 360x^2 + 96</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>f^{(4)}(1) = 456</math> (۰/۵)</p> <p>(مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۴۶)</p>				۷

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	<p>الف) <math>-\sin x + 3x^2y^5 + 5y^4y'x^3 - 4yy' = 0</math> (۱)</p> <p>ب) <math>y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}</math> (۰/۵)</p> <p>ج) <math>y' = 10x \cdot e^{\Delta x^2 - 1}</math> (۰/۵)</p> <p>(مبحث مشتق گیری ضمنی - تابع نمایی و لگاریتمی طبیعی صفحات ۱۶۳-۱۵۴)</p>	۸												
۱	<p><math>x^2 + 1 = 0 \rightarrow x = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>f'(x) = 3x^2</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow f'(-1) = 3</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{3}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(مشتق تابع وارون صفحه ۱۵۸-۱۵۷)</p>	۹												
۱/۵	<p>الف) درست (۰/۵)</p> <p>ب) نادرست (۰/۵)</p> <p>ج) نادرست (۰/۵)</p> <p>(مبحث اکسترمم موضعی - نقطه عطف و نقطه بحرانی صفحات ۱۸۸-۱۷۰)</p>	۱۰												
۱/۵	<p><math>x + y = 16 \Rightarrow y = 16 - x</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p = xy \Rightarrow p(x) = x(16 - x) = 16x - x^2</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p'(x) = 16 - 2x</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow 16 - 2x = 0 \Rightarrow \underbrace{x = 8}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{y = 8}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow p_{\max} = 64</math> (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مسئله ۱ صفحه ۱۷۷)</p>	۱۱												
۲	<p><math>D = \mathbb{R} - \{4\}</math></p> <p>مجانبات افقی: <math>x = 4</math> (۰/۲۵) <math>y = 1</math> (۰/۲۵)</p> <p>مجانبات قائم: <math>x = 4</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>y' = \frac{-4}{(x-4)^2}</math> (۰/۵)</p> <p>نقاط کمکی: <math>A(3, -3), B(5, 5)</math></p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>4</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>  </td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>(رسم نمودار هموگرافیک صفحه ۲۰۱-۲۰۲)</p> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	4	$+\infty$	y'	-		-	y	1	$-\infty$	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	4	$+\infty$											
y'	-		-											
y	1	$-\infty$	$+\infty$											

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

۱۳	<p>بازه ی <math>[0, 3]</math> را به <math>n</math> بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_0 = 0, x_1 = \frac{3}{n}, x_2 = \frac{6}{n}, \dots, x_n = \frac{n}{n} = 1 \quad x_i = \frac{3}{n}i \quad (0/25) \rightarrow$ $f(x_i) = \left(\frac{3}{n}i\right)^2 = \frac{9}{n^2}i^2 \quad (0/25), \quad \Delta x_i = \frac{3}{n} \quad (0/25)$ $\rightarrow s_n = \sum_{i=1}^n \underbrace{\frac{9}{n^2}i^2}_{(0/25)} \times \underbrace{\frac{3}{n}}_{(0/25)} = \frac{27}{n^2} \times \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{27}{n^2} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 9 \quad (0/25)$ <p>(مشابه مسئله ۴ کتاب صفحه ۲۲۶)</p>
۱۴	<p><math>G'(x) = 1 \times \frac{1+x}{x^2} \quad (0/5)</math></p> <p>(مشابه مثال صفحه ۲۴۶)</p>
۱۵	<p>الف) <math>\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c \quad (1)</math></p> <p>ب) <math>\int_1^0 -1 dx + \int_0^1 0 dx = \underbrace{-x _1^0}_{(0/25)} = -1 \quad (0/25)</math></p> <p>(محاسبه انتگرال معین و نامعین به کمک قضایا صفحه ۲۴۴-۲۴۰)</p>
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر