

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۵ / ۳ / ۹	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خردادماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید : الف) کسر گویای مساوی با عدد اعشاری $0.23\bar{4}$ برابر است با ب) حد دنباله $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ برابر می شود. ج) طبق اصل موضوع تمامیت در باب اعداد حقیقی، یک مجموعه ناتهی از اعداد حقیقی که دارای گران بالا باشد دارای است. د) از جمله شماره به بعد، فاصله جملات دنباله $a_n = \frac{n+1}{n+3}$ تا 1 کمتر از $\frac{1}{20}$ می شود.	۲
۲	به کمک تعریف دنباله ای حد ، ثابت کنید تابع $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در نقطه صفر حد ندارد.	۲
۳	هزینه ساخت x ماشین لباسشویی $c(x)$ تومان است که در آن $c(x) = 7000000 + 400000x - 400x^2$ می باشد. هزینه تولید ۱۰۱ امین ماشین لباسشویی چقدر است و معنی آن را توضیح دهید.	۱
۴	با استفاده از تعریف مشتق ، نشان دهید مبداءمختصات یک گوشه برای تابع زیر می باشد و اندازه زاویه ایجاد شده در گوشه را به دست آورید. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$	۱/۵
۵	ضابطه تابع درجه دوم f را چنان انتخاب کنید که $f(2) = 7$ و $f'(2) = 8$ و $f''(2) = 6$ باشد.	۱/۵
۶	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln(\sqrt{x^2 + 2})$ ب) $y = e^{2x} \sin \pi x$	۱/۷۵
۷	معادله خط مماس بر نمودار $x^2 + y^2 = 4xy - 3$ را در نقطه $(1, 2)$ بنویسید.	۱/۲۵
۸	نقاط بحرانی و نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = \sin^2 x + 2 \cos x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آورید.	۲
۹	بالنی را از هوا پر می کنیم به طوری که حجم آن با آهنگ 50 سانتی مترمکعب بر ثانیه افزایش می یابد ، وقتی شعاع بالن 10 سانتی متر است ، شعاع بالن با چه آهنگی افزایش می یابد؟	۱
۱۰	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ را رسم کنید.	۲
۱۱	محاسبه $\sum_{k=1}^{20} (2k^2 - 3)$ را انجام دهید.	۱/۵
۱۲	مشتق تابع $F(x) = \int_5^{x^2} e^{2t} dt$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید.	
۱/۷۵	الف) $\int (\sin 2x - 3 \cos 5x + \frac{1}{x}) dx$ ب) $\int_0^1 [2x] dx$	
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$\frac{234-23}{900} = \frac{211}{900} \quad (0/5) \quad \text{الف)}$ $e^{\frac{1}{2}} \quad (0/5) \quad \text{ب)}$ $M = 38 \quad (0/5) \quad \text{د)}$ $\text{کوچکترین کران بالا} \quad (0/5) \quad \text{ج)}$	۱
۲	$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2n\pi} & a_n \neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0 \\ b_n &= \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} & b_n \neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0 \end{aligned} \right\} (0/5)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(2n\pi) \quad (0/25) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1 \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(2n\pi + \frac{\pi}{2}) \quad (0/25) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 0 = 0 \quad (0/25)$ $(0/25) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x} \text{ وجود ندارد. بنا براین طبق تعریف حد، } \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) \quad (0/25)$	۲
۱	$c'(x) = 400000 - 800x \quad (0/25)$ $c'(100) = 400000 - 80000 = 320000 \quad (0/25)$ <p>یعنی وقتی کارخانه ۱۰۰ ماشین لباسشویی تولید کرده و بخواهد ۱۰۱ امین ماشین لباسشویی را تولید کند تقریباً ۳۲۰۰۰۰ تومان هزینه می کند.</p>	۳
۱/۵	$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \quad (0/25) \\ f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0 \quad (0/25) \end{aligned} \right.$ <p>$(0/25) \quad f'_+(0) \neq f'_-(0)$ پس تابع f در $x=0$ مشتق پذیر نمی باشد و نقطه $(0, 0)$ نقطه گوشه است $(0/25)$</p> $\tan \theta = \frac{m - m'}{1 + mm'} = \frac{0 - 1}{1 + 0 \times 1} = -1 \quad (0/25) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \quad (0/5)$	۴
۱/۵	$f(x) = ax^2 + bx + c \quad f'(x) = 2ax + b \quad f''(x) = 2a$ $\left. \begin{aligned} f(2) &= 7 \rightarrow 4a + 2b + c = 7 \quad (0/25) \\ f'(2) &= 8 \rightarrow 4a + b = 8 \quad (0/25) \\ f''(2) &= 6 \rightarrow 2a = 6 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 3 \quad (0/25) \quad b = -4 \quad (0/25) \quad c = 3 \quad (0/25) \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 4x + 3$	۵
ادامه در برگه ی دوم		

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۷۵	$y' = \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2+2)^2}} \quad (۰/۷۵)$ $y' = \underbrace{2e^{2x} \times \sin \pi x}_{(۰/۵)} + \underbrace{\pi \cos \pi x \times e^{2x}}_{(۰/۵)}$	۶															
۱/۲۵	$x^2 + y^2 - 4xy + 2 = 0$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x^2 - 4y}{2y - 4x} \quad (۰/۵) \rightarrow m = -\frac{3-8}{4-4}$ <p>$x=1$ معادله خط مماس (۰/۵)</p>	۷															
۲	$f'(x) = 2 \sin x \cos x - 2 \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin x (\cos x - 1) = 0$ <p>$\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$ (۰/۲۵) $\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi \quad x = 0, 2\pi$ (۰/۲۵)</p> <p>طول نقطه بحرانی: $x = \pi$ (۰/۲۵)</p> <p>$f(0) = f(2\pi) = 2 \rightarrow (0, 2), (2\pi, 2)$ نقاط ماکسیمم مطلق (۰/۵) $f(\pi) = -2 \rightarrow (\pi, -2)$ نقطه مینیمم مطلق (۰/۲۵)</p>	۸															
۱	$v = \frac{4}{3} \pi r^2 \quad (۰/۲۵)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (۰/۲۵) \rightarrow 50 = 4\pi (10)^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{8\pi} \quad (۰/۲۵)$	۹															
۲	<p>$D = \mathbb{R}$ (۰/۲۵) $y = 0$ (۰/۲۵) مجانب افقی</p> $y' = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} \quad (۰/۲۵) \quad y' = 0 \rightarrow x = \pm 1 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td>0</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$ (۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(ادامه جواب در صفحه بعد)</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'		$-$	$+$	$-$	y	0	\searrow	\nearrow	0	۱۰
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'		$-$	$+$	$-$													
y	0	\searrow	\nearrow	0													

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://acc.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

	<p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱۰
۱/۵	$\sum_{k=1}^{30} (2k^2 - 3) = 2 \sum_{k=1}^{30} k^2 - 3 \sum_{k=1}^{30} 1 = 2 \times \frac{30(30+1)(2 \times 30 + 1)}{6} - \frac{3 \times 30}{1} = 18820 \quad (۰/۵)$	۱۱
۰/۷۵	$F'(x) = 3x^2 \times e^{2x^3} \quad (۰/۷۵)$	۱۲
۱/۷۵	<p>الف) $-\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{3}{5} \sin 5x + \ln x + c \quad (۰/۷۵)$</p> <p>ب) $\int_0^1 0 dx + \int_1^1 1 dx = x \Big _1^1 = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۳
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	