

1- اگر A و B دو بازه باشند مثالی بیاورید که :

(الف) $A - B$ یک مجموعه تک عضوی باشد.

(ب) $A - B$ تهی باشد.

(ج) A و B دو نیم بازه باشند ولی $A \cup B$ بازه بسته (از دو طرف بسته) باشند.

2- جای خالی را تکمیل کنید:

علی و محمد دو کارگر یک رستوران هستند علی از ساعت $8\frac{1}{4}$ تا $12\frac{1}{4}$ و محمد از ساعت $11\frac{1}{4}$ تا $19\frac{1}{4}$ در رستوران کار میکنند. بازه های زمانی که علی و محمد مشغول کارند را به ترتیب با A و B نمایش دهید.

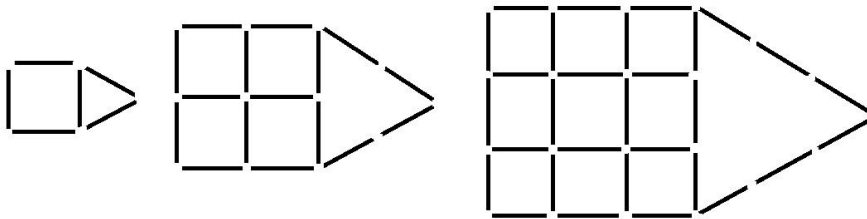
(الف) بازه زمانی که هر دو کارگر در رستوران حضور دارند برابر است با $[\quad , \quad]$ و آنرا به صورت $A \cap B$ نیز نمایش میدهند.

(ب) بازه زمانی که حداقل یک کارگر در رستوران حضور دارد برابر است با $[\quad , \quad]$ و آنرا به صورت نیز نمایش میدهند.

(ج) بازه زمانی که فقط محمد در رستوران حضور دارد برابر است با و آنرا به صورت نیز نمایش میدهند.

3- فرض کنید $A \subseteq (0, 1)$ مثالی برای مجموعه A بیاورید که در آن A دقیقاً ۱۰۰ عضو داشته باشد.

4- با تعدادی چوب کبریت الگوی مقابل را ایجاد کردیم:



(1)

(2)

(3)

(4)

شکل مرحله 4 را رسم کنید سپس تعداد چوب کبریتها در شکل مرحله n را حدس بزنید.

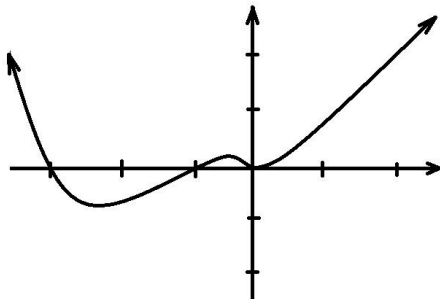
5- طول مستطیلی از سه برابر عرض آن یک سانتیمتر بیشتر است. اگر مساحت آن ۱۵۴ سانتیمتر مربع باشد محیط آن را بدست آورید.

$$p = \frac{[(x-3)^2 + (x+2)^4](x-2)}{x^2 - 4}$$

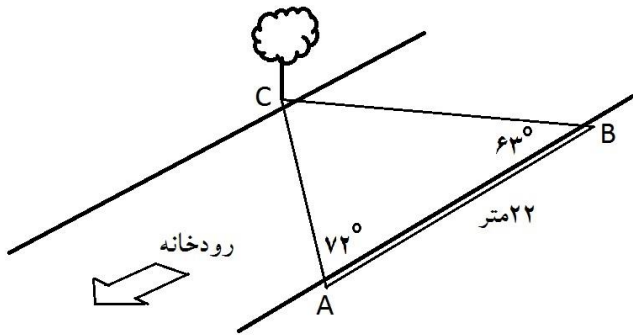
6- عبارت مقابل را تعیین علامت کنید.

7- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد

جدول تعیین علامت آنرا مشخص کنید



8- در کتاب ثابت کردیم: (مساحت مثلث ABC) به کمک این فرمول ثابت کنید: $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \hat{C}}{2}$



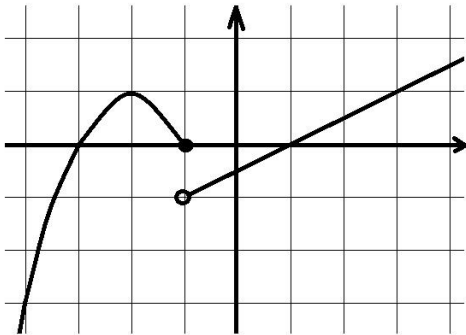
9- در شکل مقابل یک رودخانه و در یک سوی آن یک درخت را ملاحظه می کنید . با توجه به اینکه به آن سوی رود دسترسی نداریم میخواهیم عرض رودخانه را حساب کنیم با وسایل مهندسی در امتداد رود از نقطه A تا نقطه B به اندازه ۲۲ متر جابجا شدیم وزاویه های \hat{A} و \hat{B} را مطابق شکل به ترتیب $۶۳,۷۲$ درجه اندازه گیری کردیم.
الف) ابتدا به کمک فرمول مساله قبل طول AC را حساب کنید.
ب) عرض رودخانه را محاسبه کنید.

$$(\tan 63^\circ \approx 1/96 \text{ و } \cos 72^\circ \approx 0/31)$$

10- مخرج کسره های زیر را گویا کنید.

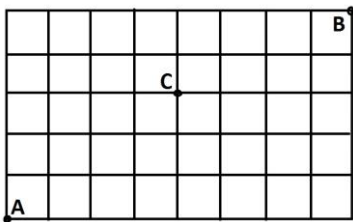
الف) $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

ب) $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}}$



11- نمودار تابع f داده شده اگر بخشی از نمودار به صورتی که در شکل ملاحظه میکنید سهمی باشد ضابطه تابع f را بنویسید.

12- از شهر A به شهر B پنج مسیر و از شهر B به شهر C چهار مسیر متفاوت وجود دارد. میخواهیم از شهر A به شهر C مسافرت کرده و مجدداً به شهر A برگردیم به چند طریق می توان این سفر را انجام داد طوری که از جاده ها (مسیرها) به صورت تکراری عبور نکنیم؟



13- میخواهیم از نقطه A به سمت نقطه B (فقط در راستای افق به سمت راست و در راستای قائم به سمت بالا) روی خطوط حرکت کنیم.
الف) به چند حالت میتوانیم از نقطه A به نقطه B حرکت کنیم؟
ب) با چه احتمالی طی مسیر از نقطه C میگذریم؟

با آرزوی توفیق روز افزون - کیانی

پاسخ سوالات ریاضی 1

الف) $A = [2, 3)$, $B = (2, 3) \Rightarrow A - B = \{2\}$

ب) $A = [2, 3)$, $B = [0, +\infty) \Rightarrow A - B = \emptyset$

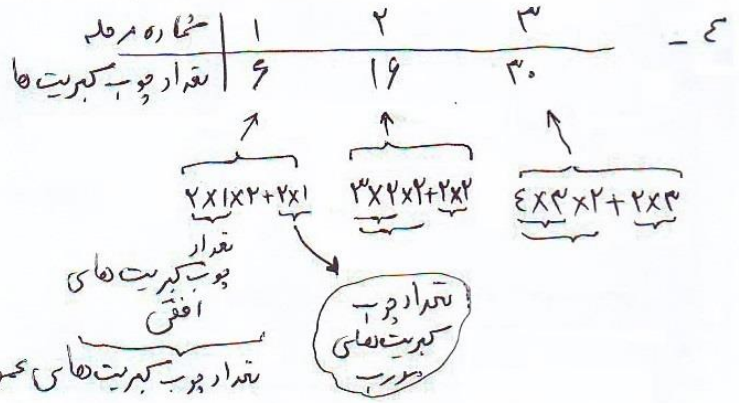
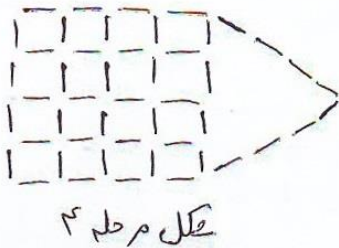
ج) $A = [2, 4)$, $B = (3, 5] \Rightarrow A \cup B = [2, 5]$

الف) $A = [8\frac{1}{4}, 12\frac{1}{4}]$, $B = [11, 19\frac{1}{4}]$

ب) $A \cup B = [8\frac{1}{4}, 19\frac{1}{4}]$

ج) $B - A = (12\frac{1}{4}, 19\frac{1}{4}]$

الف) $A = \{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{101} \}$



تعداد چوب کبریت های عمودی و افقی در مرحله n = $(n+1)n \times 2 + 2n = 2n^2 + 2n + 2n = 2n^2 + 4n$

الف) فرض $x =$ عرض مستطیل \Rightarrow طول = $3x + 1$

ب) $\text{طول} \times \text{عرض} = \text{مساحت} \Rightarrow x(3x + 1) = 154 \Rightarrow 3x^2 + x = 154$

$\Rightarrow 3x^2 + x - 154 = 0 \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4(3)(-154) = 1849$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1849}}{2(3)} = \frac{-1 \pm 43}{6}$

$x = +7$ (قولی)

$x = -\frac{44}{6}$ (غقولی)

عرض = 7 طول = $3(7) + 1 = 22$

مساحت = $(\text{طول} + \text{عرض}) \times 2 = (22 + 7) \times 2 = 58 \text{ cm}$

۶- عبارت های $(x-2)^2$ و $(x+2)^2$ به ترتیب را از ریشه های ۲، ۳، ۲- می باشند.

دو ریشه مشترک ندارند

$$\left. \begin{array}{l} (x-2)^2 \geq 0 \\ (x+2)^2 \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{فاقد} \\ \text{ریشه} \\ \text{مشترک} \end{array} \Rightarrow (x-2)^2 + (x+2)^2 > 0$$

$$\Rightarrow$$

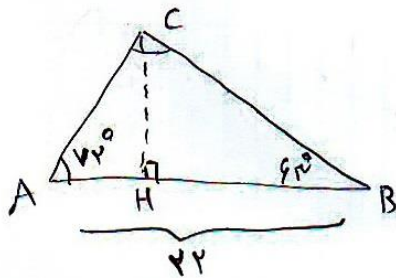
x	-2	2
$(x-2)^2 + (x+2)^2$	+	+
$x-2$	-	+
x^2-4	+	-
p	-	+

x	-2	-1	0
$f(x)$	+	-	+

۷- ۱- بر رانیم به سه طریق متران مثلث ABC، تعیین کردیم در هر صورت مقادیر یکنا بهم برابر است. یعنی:

$$\frac{bc \sin \hat{A}}{r} = \frac{ac \sin \hat{B}}{r} = \frac{ab \sin \hat{C}}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{bc \sin \hat{A}} = \frac{r}{ac \sin \hat{B}} = \frac{r}{ab \sin \hat{C}} \xrightarrow{\times \frac{abc}{r}} \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



۹- الف) $\hat{C} = 180 - (70 + 60) = 50$

$$\tan 60^\circ = \frac{19}{11} \Rightarrow \cot 60^\circ = \frac{11}{19}$$

$$\sin 90^\circ = \frac{1}{1 + \cot^2 60^\circ} = \frac{1}{1 + (\frac{11}{19})^2} \approx 0.793$$

$$\Rightarrow \sin 60^\circ \approx 0.19$$

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{0.19} = \frac{22}{0.79}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{22 \times 0.19}{0.79} \Rightarrow AC \approx 27.99$$

$$\sin 70^\circ = +\sqrt{1 - \cos^2 70^\circ} = \sqrt{1 - (0.34)^2} \Rightarrow \sin 70^\circ \approx 0.94$$

$$\sin \hat{A} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = AC \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow CH = 27.99 \times \sin 70^\circ = 27.99 \times 0.94 \Rightarrow \boxed{CH \approx 29.21 \text{ m}}$$

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1-\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}-2-\sqrt{6}}{(1-\sqrt{2})^2-3} = \frac{\sqrt{2}-2-\sqrt{6}}{1-2\sqrt{2}+2-3} \\ &= \frac{\sqrt{2}-2-\sqrt{6}}{-2\sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} = \frac{-2+2\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2} = \frac{-2+2\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2} = \frac{-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad -10$$

$$\text{ب)} \quad \frac{1}{\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \times \frac{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}{2-3} = \frac{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}{-1}$$

11 - من محور x ها را در دو نقطه طول 1، 2 قطع کرده پس: ضابطه من

$$5 \mid -2 \Rightarrow f(-2) = 1 \Rightarrow a(-2+1)(-2+3) = 1$$

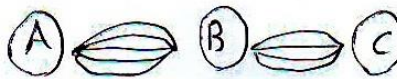
$$\Rightarrow -a = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -1(x+1)(x+3) = -x^2 - 4x - 3$$

$$\text{ضابطه شرط راست: } \begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m(-1)+n = -1 \\ m(1)+n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m+n = -1 \\ m+n = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n = -\frac{1}{2} \quad m - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f \text{ ضابطه شرط } f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x - 3 & x \leq -1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & x > -1 \end{cases}$$

12 -  تعداد طرق حرکت = $\underbrace{5 \times 4}_{\text{مغز A به B}} \times \underbrace{4 \times 3}_{\text{مغز A به C}} = 24$

13 - الف) تعداد طرق حرکت از A به سمت B = $\frac{13!}{8!5!} = 1287$

ب) تعداد طرق حرکت از A به سمت C = $\frac{7!}{4!3!} = 35$

تعداد طرق حرکت از C به سمت B = $\frac{6!}{4!2!} = 15$

احتمال مورد نظر = $\frac{15 \times 35}{1287} = \frac{525}{1287} = \boxed{\frac{175}{429}}$